

M-11-1

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі  
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

W1

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2$$

$$\frac{x}{3} - x^2 = 45x - \frac{5}{x}$$

$$\frac{x - 3x^2}{3} = \frac{45x^2 - 5}{x}$$

$$\frac{1}{3} x(1 - 3x) = \frac{45x^2 - 5}{x}$$

$$\frac{1 - 3x}{3} = 45x^2 - 5$$

$$1 - 3x = 135x^2 - 15$$

$$135x^2 - 3x + 16 = 0$$

$$D = \sqrt{3^2 - 4 \cdot 135 \cdot 16} = 8649 = \sqrt{9} = 93$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{1}{3} - \frac{16}{45}$$

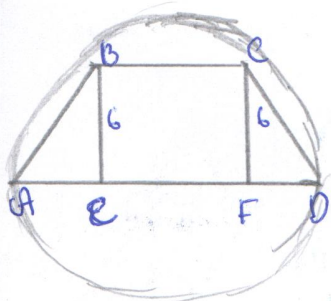
$$x_2 = \frac{-16}{45}$$

№3

Простые числа это например 1, 11, 31,  
но есть числа которые можно поделить на  
1 и на себя. Полный квадрат это 16, 36, 49.  
Если сегодня сыну, отцу, и дедушке это  
простые числа то это сыну 11 лет, а отцу 31,  
и дедушке 59. Если через пять лет или бу-  
дет полный квадрат, то значит сыну будет  
16, отцу 36, дедушке 64.

$$\begin{array}{l} 16 = 4^2 \\ 36 = 6^2 \\ 64 = 8^2 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Когда родится внук дедушке было } (48) \\ 59 - 11 = (48) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Возраст внука} \\ \text{Возраст дедушки} \end{array}$$

№2



$$AB + CD = 4\sqrt{10} \quad S = 72 \quad BE = 6$$

$$AB = 2\sqrt{10}$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{2\sqrt{10}^2 - 6^2} = \sqrt{40 - 36} = 2$$

$$AE = FD = 2$$

$$S_{mp} = \frac{a + b \cdot h}{2} = 72$$

$$S = \frac{x + x + 4}{2} \cdot 6 = 72$$

$$\frac{2x + 4}{2} = 12$$

$$2x + 4 = 24$$

$$2x = 20$$

$$x = 10 = BC$$

$$BC = 10 \quad BC = EF = 10$$

$$AD = 10 + 4 = (14)$$

$$AD = AE + EF + FD$$

$$AD = \text{диаметр}$$

$$\text{А диаметр это } R \cdot 2$$

$$R \cdot 2 = 14 \quad AD = 14$$

$$R = 7 \quad \text{Ответ: } R = 7$$

$$BC = x$$

$$EF = x$$

$$AD = EF + 4 = x + 4$$

$$AD = 10 + 4 = (14)$$

M-11-2

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі  
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

Задача N1.

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2$$

$$\frac{x}{3} - x^2 = 45x - \frac{5}{x}$$

$$\frac{x - 3x^2}{3} = \frac{45x^2 - 5}{x}$$

$$\frac{1}{3}x(1-3x) = \frac{45x^2-5}{x}$$

$$\frac{1-3x}{3} = 45x^2 - 5$$

$$1 - 3x = 135x^2 - 15$$

$$135x^2 + 3x - 16 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 16 \cdot 135 = 9 + 8640 = 8649; \sqrt{D} = 93$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 93}{270} = \frac{90}{270} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-3 - 93}{270} = \frac{-96}{270} = -\frac{16}{45}$$



Математика 11 класс. I тур.

Задача N3.

Простые числа это те числа которые делятся на себя и единицу.

Примерами простых квадратов являются: 2, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Если дедушке 81, то 5 лет назад ему было 76; 76 - не является простым. Также если дедушке 100, то 5 лет назад ему было 95; 95 - не простое. Но если подставим число 64, и 5 лет назад дедушке было 59; 59 - простое.

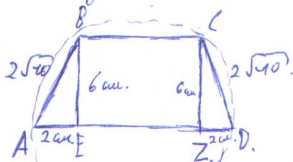
Если возраст отца на данный момент 31, то через 5 лет ему будет 36. А ему сейчас 11 лет, т.е. через 6 лет ему будет 16.

Значит, дедушке - 59; отцу - 31; маминку - 11.

Дедушке было 48 лет когда родился внук.

Ответ: 48 лет.

Задача N2.



$$AB = CD = 2\sqrt{10}$$

$$S_{\square} = 72 \text{ см.}$$

$$AB + CD = 4\sqrt{10}$$

$$2x = 4\sqrt{10}$$

$$x = 2\sqrt{10}$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}; \quad AE = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - 6^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ см.}$$

$$S_{\square} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$S_{\square} = \frac{x+4+x}{2} \cdot 6 = 72$$

$$BC = EZ; \quad AD = AE + EZ + ZD$$

$$\frac{2x+4}{2} \cdot 6 = 72$$

$$BC = x$$

$$AD = 4 + EZ$$

$$\frac{2x+4}{2} = 12$$

$$BC = 10 \text{ см.}$$

$$AD = 4 + x = 14$$

$$2x+4 = 24$$

$$AD = 10+4 = 14 \text{ см.}$$

AD - является диаметром.  $2x = 20$

$$x = 10$$

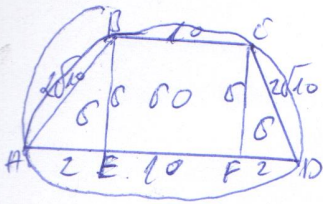
Ответ:  $R = 7 \text{ см.}$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ см.}$$

M-11-3

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі  
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

Задача 2.



$$\begin{aligned}x+x &= 4\sqrt{10} \\ 2x &= 4\sqrt{10} \\ x &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$a = (\sqrt{2\sqrt{10}})^2 - 30 = \sqrt{40-30} = \sqrt{10} = 2$$

$$S_{\square} = 42$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 8$$

$$S_{\square} = 42 - 12 = 30$$

$$BC = \frac{60}{6} = 10$$

$$d = 10 + 2 + 2 = 14;$$

$$R = \frac{14}{2} = 7$$

Задача 3.

11 - возраст сына

31 - возраст отца

59 - возраст дедушки

$$59 - 11 = 48 \text{ лет дедушке}$$

Задача 1.

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2$$

$$\frac{x^2 + 15}{3x} = 135x^2 + 3x^3$$

$$x^2 + 15 = 3x^2(45 + x)$$

$$3x^2(45 + x) - x^2 - 15 = 0, 3x^2$$

$$45 + x - x^2 - 15 = 0$$

$$30 + x - x^2 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-1) \cdot 30 = \sqrt{121} = 11$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 11}{2} = -5$$

$$\text{Отв: } x_1 = 0; x_2 = -5$$

М-11-4

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі  
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

1.

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2 \quad | \cdot 3x$$

$$x^2 + 15 = 135x^2 + 3x^3$$

$$-134x^2 + 15 - 3x^3 = 0.$$

$$-3x^3 - 134x^2 + 15 = 0.$$

$$-3x^3 + x^2 - 135x^2 + 45x - 45x + 15 = 0.$$

$$-x^2(3x-1) - 45x(3x-1) - 15(3x-1) = 0.$$

$$(-x^2 - 45x - 15)(3x-1) = 0.$$

$$3x-1=0.$$

$$x_1 = \frac{1}{3}.$$

$$-x^2 - 45x - 15 = 0.$$

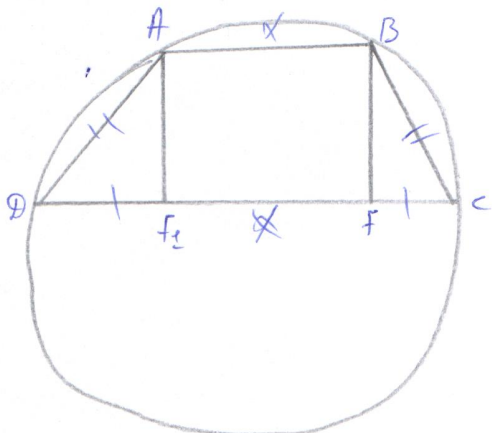
$$D = 45^2 - 4 \cdot 15 = (\sqrt{1965})^2$$

$$x_{2/3} = \frac{45 \pm \sqrt{1965}}{-2}$$

$$x_2 = -\frac{45 + \sqrt{1965}}{2}$$

$$x_3 = -\frac{45 - \sqrt{1965}}{2}$$

2.



$$AD + BC = 4\sqrt{10}$$

$$AD = 2\sqrt{10} \text{ см}$$

$$BC = 2\sqrt{10} \text{ см}$$

$$BF = 6 \text{ см}.$$

$$S = 72 \text{ см}^2.$$

$$S = \frac{AB + DC}{2} \cdot h, \quad h = 6$$

$$S = 3(AB + DC).$$

$$AB + DC = 24 \text{ см}.$$

$$DF_1 = CF = \sqrt{36} = (2\sqrt{10})^2$$

$$DF_1 = CF = \sqrt{40 - 36} = 2 \text{ см}.$$

$$x + x + 2 + 2 = 24$$

$$2x + 4 = 24$$

$$x = 10.$$

$$10 + 4 = 14 \text{ см}.$$

$$\frac{14 \text{ см}}{2} = 7 \text{ см}$$

$$12 = 7 \text{ см}.$$



M-11-4

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі  
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	9	16	25	36	49	64	81	100	
4	11	20	31	48	59	76	95		

баланы 11

эки 31

атаны 59.

баланы енді туюнганда  
атаны - 48 де болады.

№3

$x, y, z$   $c^2 = x, x, x, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121$   
 $x = a^2$   $4 \text{ (11)}$   $20$   $31$   $44$   $59$   
 $y = 6^2$   $b$   $2$   $A$   
 $z = c^2$

$59 - 11 = 48$

жауабы: 48 жас

№2

$S_{\square} = 72$

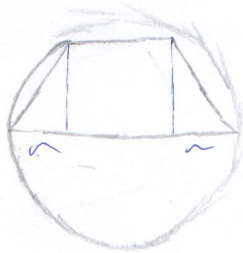
$a + a = 4\sqrt{10}$

$h = 6$   
 $a_1 = \frac{4\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10}$

$x = \sqrt{40 \cdot 36} = 60$

$2 \cdot 2 = 4$

$\frac{4+6+4}{2} = \frac{14}{2} = 7$



№1

$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2$

$x^2 + 45x + 15 = 0$

$D = 2025 - 4 \cdot 15 = 1965$

$\frac{x^2 + 15}{3x} = 45x + x^2$

$x_1 = \frac{-45 + \sqrt{1965}}{2}$

$x^2 + 15 = 135x^2 + 3x^3$

$x_2 = \frac{-45 - \sqrt{1965}}{2}$

$-3x^3 - 134x^2 + 15 = 0$

$(-x^2 - 45x - 15)(3x - 1) = 0$

$3x - 1 = 0$

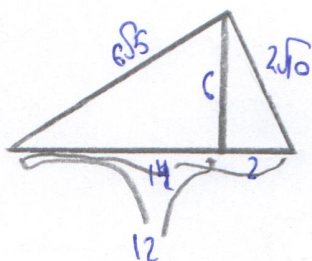
$x = \frac{1}{3}$



b=

$$d = \sqrt{(14-2)^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$S = pr$$



$$R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36$$

$$R = \frac{6 \cdot 12 \cdot 6\sqrt{5}}{4 \cdot 36} = 3\sqrt{5}$$

Ж:  $R = 3\sqrt{5}$

3-Т

- a - ұлының жасы
  - b - әкесінің жасы
  - c - анасының жасы
- қазіргі уақытта, еп

a, b, c ∈ жай сандар (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...)

(a+5), (b+5), (c+5) ∈  $\mathbb{N}^2$  (ке төмен квадрат)

$$4+5 = 3^2 \times$$

$$9-5 = 4 \times$$

$$16-5 = 11 \checkmark$$

$$25-5 = 20 \times$$

$$36-5 = 31 \checkmark$$

$$49-5 = 44 \times$$

$$64-5 = 59 \checkmark$$

$$81-5 = 76 \times$$

$$100-5 = 95 \times$$

$$121-5 = 116 \times$$

$$144-5 = 139 \text{ (үлкен санды)}$$

11, 31, 59

Мүмкін жауаптар,  
ағалының МАХ жасы 121-гіз айқаласанда

Сонда  $a=11, b=31, c=59$

5 ж кейін:

$$a=16(4^2) \quad b=36(6^2) \quad c=64(8^2)$$

$$c-a = c_1$$

$$59-11 = 48$$

Ж: келерсі туған кезде ағасы 48 жасына жеткен кезеңде

Р.С. ұзын әкір сурет  $S = 126$

1-Т

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2$$

$$\frac{x^2 + 15}{3x} = 45x + x^2 \quad x \neq 0$$

$$x^2 + 15 = 135x^2 + 3x^3$$

$$-134x^2 - 3x^3 + 15 = 0$$

$$(3x-1)(-x^2 - 45x - 15) = 0$$

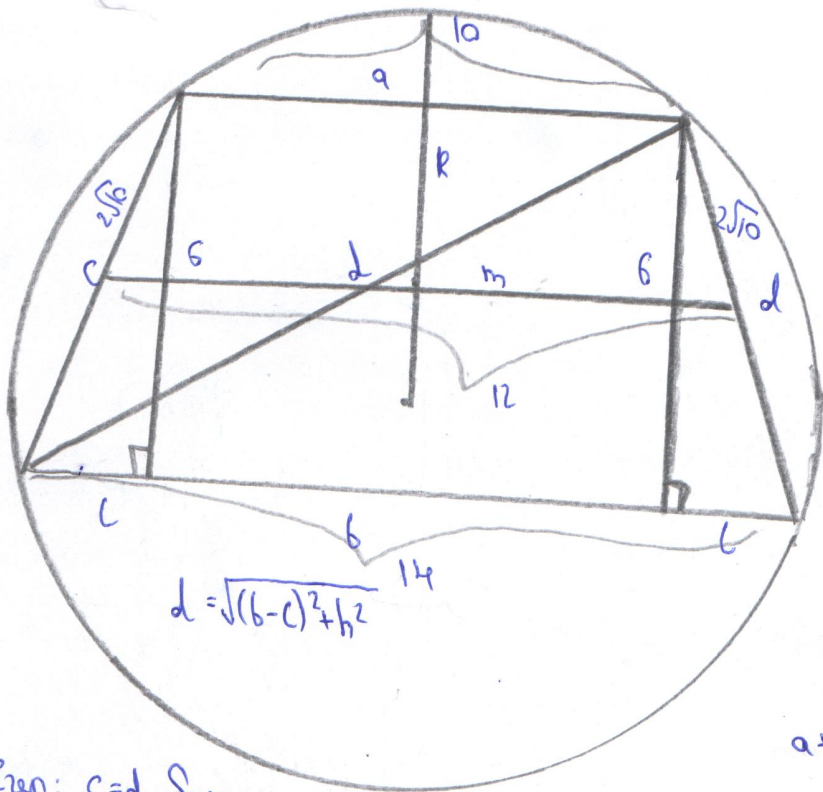
$$(3x-1) = 0 \quad x^2 + 45x + 15 = 0$$

$$3x = 1 \quad D = 45^2 - 4 \cdot 15 \cdot 1 = 1965$$

$$x = \frac{1}{3} \quad x_{1,2} = \frac{-45 \pm \sqrt{1965}}{2}$$

Жауабы:  $x_1 = \frac{1}{3} \quad x_2 = \frac{-45 + \sqrt{1965}}{2} \quad x_3 = \frac{-45 - \sqrt{1965}}{2}$

2-Т



$$c+d = 4\sqrt{10}$$

$$h=6$$

$$S=72$$

$$T/R: R=?$$

$$S_{\text{трап}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot 6 = 72$$

$$a+b = \frac{2 \cdot 72}{6} = 24$$

$$P = 24 + 4\sqrt{10}$$

$$S_{\Delta} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$$

$$a+b > c+d$$

$$m = \frac{a+b}{2} = 12$$

$$b > a$$

2) Есеп:  $c=d$  Соңы  $c = 2\sqrt{10}$

$$l = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - 6^2} = 2$$

$$\frac{a+b}{2} = 48$$

$$\begin{cases} a+b=24 \\ b=a+2l \end{cases}$$

$$a+a+2l=24$$

$$a+l=12 \Rightarrow a=10 \quad b=24-10=14$$

### Задача 1

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{x} = 45x + x^2 \Rightarrow \frac{x^2 + 15}{3x} = 45x + x^2 \Rightarrow \frac{1}{3x} = \frac{45x + x^2}{\cancel{(x^2 + 15)}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3x} = \frac{x(45+x)}{\cancel{(x^2+15)}} \Rightarrow \frac{1}{3x} = \frac{3x}{\cancel{15}} \Rightarrow 1 = \frac{9x^2}{\cancel{15}} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$x = \pm \frac{1}{3}$$

### Задача 2

Дано:

ABCD - трапеция

$$AB + CD = 4\sqrt{10}$$

BO - высота

$$BO = 6$$

$$S_{\Delta} = 72$$

Найти:

$$AD = ?$$

Решение

$$AB = \frac{4\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10}$$

Рассмотрим  $\Delta ABO$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$$

Рассмотрим  $\square BCKO$

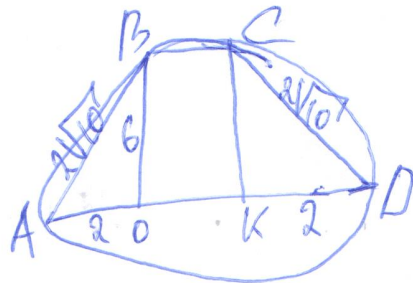
$$S_{\square} = 72 - 12 = 60, \text{ так как } S_{\Delta} = 6$$

$$60 = 6 \cdot OK$$

$$OK = 10$$

$$AD = AO + OK + KD = 14$$

$$AD = x = 14$$



По теореме Пифагора

$$AO = (2\sqrt{10})^2 - 6^2 = 2$$

$$AO = 2 = KD$$

Ответ:  $x = 14$



$$\frac{x^{14}}{3} + \frac{5^{13}}{x} = 45x + x^2$$

$$\frac{x^2 + 15}{3x} = 45x + x^2$$

$$x^2 + 15 = 135x^2 + 3x^3$$

$$3x^3 + 134x^2 - 15 = 0$$

$$3x^3 + 135x^2 - x^2 - 45x + 45x - 15 = 0$$

$$3x^2(x+45) - x(x+45) + 15(3x-1) = 0$$

$$(3x^2 - x)(x+45) + 15(3x-1) = 0$$

$$3x^2 - x = 0$$

$$x(3x - 1) = 0$$

$x \neq 0$ , себебі  $\frac{5}{0}$  - анықталмаған

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

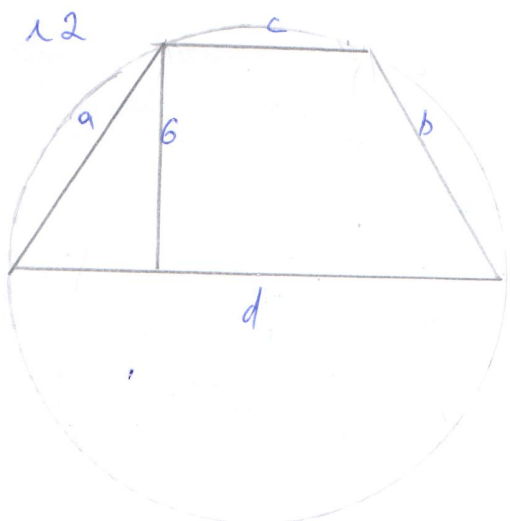
$$x + 45 = 0$$

$x \neq -45$ , теңдік орындалмайды.

$$15 \neq 0$$

$$3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$



$$a + b = 4\sqrt{10}$$

$$h = 6$$

$$S = 72$$

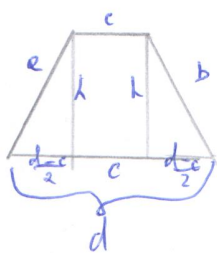
$$R = ?$$

$$S = \frac{c+d}{2} \cdot h$$

$$72 = \frac{c+d}{2} \cdot 6$$

$$c + d = 24$$

$a = b$ , себебі; егер трапеция табанына 2 бірдей биіктік жүргізісек, пираметр теоремасына сәйкес мәндер бірдей болады.



$$a^2 = h^2 + \left(\frac{d-c}{2}\right)^2$$

$$b^2 = h^2 + \left(\frac{d-c}{2}\right)^2$$

корін түр заңына сәйкес,  $a = b$

13

Жай сандар - 1ге келе өзінше бөлінетін  
сандар. Егер  $a_{жас}$  - бағасы,  $b_{жас}$  - әжесі,  $c_{жас}$  - атасы

болса

$$\begin{array}{ccc} a:1 & b:1 & c:1 \\ a:a & b:b & c:c \end{array}$$

5- жай сан. Егер жай санға жан санды қоссақ  
жұп сан шығады.

$$\begin{array}{l} 1^2=1 \\ 2^2=4 \text{ — жұп} \\ 3^2=9 \\ 4^2=16 \text{ — жұп} \\ 5^2=25 \\ 6^2=36 \text{ — жұп} \\ 7^2=49 \\ 8^2=64 \text{ — жұп} \\ 9^2=81 \\ 10^2=100 \text{ — жұп} \end{array}$$

Адам 100 жыл өмір сүреді  
деп есептесек, тек қана  
16; 36; 64 мүсқамарот сөйкеседі.

Сонда:

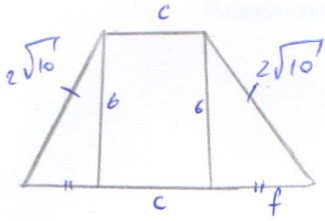
$$\begin{array}{ccc} a+5=16 & b+5=36 & c+5=64 \\ a=11 & b=31 & c=59 \end{array}$$

Бүгін бағасының туған күні  
болған, бүгін 11 жасқа келуде.

Жену бағасы туған кезде атасы:  $59-11=48$  жасқа  
болған.

$$a+b=4\sqrt{10}$$

$$a=b=2\sqrt{10}$$



$$f = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - c^2} = \sqrt{40 - c^2} = 2$$

$$c+d=24$$

$$d = c+2f = c+4$$

$$c+c+4=24$$

$$\underline{c=10} \Rightarrow d=14$$

Шлебергін радиус, трапеция табанының картасына

Тек:  $R = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = \underline{7}$