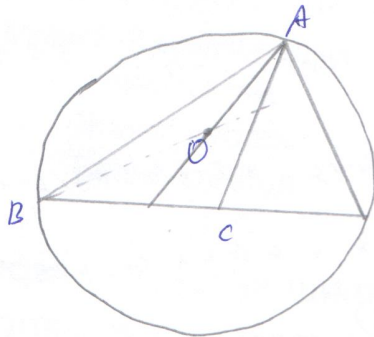


3. $\triangle ABC$

AK - биссектриса

$O, O_1, O_2 \in O$

$\angle A, \angle B, \angle C$



ω : Чыбырлама иштей
 ω иштей бонасн. Демек BO иле AO бисс. сырттай ω иштей.
 $BO = AO \Rightarrow \angle ARO = \angle BAO \Rightarrow \angle ARK = \angle BAK$

$\angle KAC = x$
 $\angle AKC = 180 - 2x$; $\angle ACK = 180 - (\angle AKC + \angle KAC)$
 $\angle AKC = 180 + 180 - x = x$; $\angle A = 2x$; $\angle B = x$; $\angle C = x$
 $2x + x + x = 180$
 $x = 45$
 $\angle A = 90^\circ$; $\angle B = 45^\circ$; $\angle C = 45^\circ$

2. $n^2 + n + 5 = (n+a)^2$
 $n \in \mathbb{N}$; $a \in \mathbb{Z}$
 $n = \frac{a^2 - 5}{n^2 - 2an}$
 егер $a \neq 1$ бонса n иштей менсиз пермос бонмен.
 егер $a = 1$ онда n бонмайса;
 Мумкин сама ; -2

$n^2 + n + 5 = (n+1)^2$
 $n = \frac{-4}{2}$
 $n = -2$

$16 + 4 + 5 = (4+1)^2$
 $25 = (5)^2$

n : $n^2 + n + 5$ сама n бонасн. $n = 4$ бона бонмен.

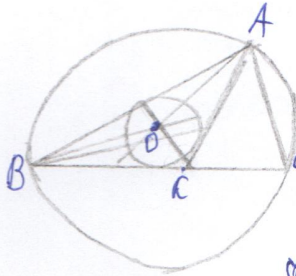
3 есеп

Шерт: $\triangle ABC$

AK - биссектриса

$O_1 \cap O_2 \in O$

Т/к $\angle A, \angle B, \angle C = ?$



Шешуі:
Чиселерменгі сәтті сұлбадан иезбергендің центрі, биссектрисаның қиылысу нүктесі болады. Демек BO және CO биссектрисасы, сәтті сұлбадан иезбергендің радиусы болады.
Сонша $BO=CO \Rightarrow \angle OBC = \angle OCB \Rightarrow \angle ABR = \angle ACK = \angle KAC$
Егер $\angle KAC = x$

$$\angle AKC = 180 - 2x \quad \angle ACK = 180 - (\angle AKC + \angle KAC)$$

$$\angle ACK = 180 - 180 + x = x$$

$$\angle A = 2x \quad \angle B = x \quad \angle C = x$$

$$2x + x + x = 180$$

$$x = 45$$

$$\angle A = 90^\circ \quad \angle B = 45^\circ \quad \angle C = 45^\circ$$

жауабы $\angle A = 90^\circ \quad \angle B = 45^\circ \quad \angle C = 45^\circ$

2 есеп

$$n^2 + n + 5 = (n+1)^2 \quad n \in \mathbb{N} \quad a \in \mathbb{R}$$

$$n = -\frac{a^2 - 5}{2a} \quad \text{егер } a > 1 \text{ болса, онда шындық периметрі болып}$$

егер $a < 1$ онда ешқандай шындық болмайды, себебі $n^2 + n + 5$ нөлге келмеі теріс санға тең болмайды.

Демек шындық нөлге тең - 1

$$n^2 + n + 5 = (n+1)^2$$

$$n = -\frac{4}{1}$$

$$n = 4$$

$$16 + 4 + 5 = (4+1)^2$$

$$25 = (5)^2$$

жауабы: $n^2 + n + 5$ ешқандай шындық болмайды егер $n \neq 4$ болса.

1-есеп

$$\begin{cases} 2\sin x + 3\cos y = 3 \\ 3\sin y + 2\cos x = 4 \end{cases}$$

$$(2\sin x + 3\cos y)(3\sin y + 2\cos x) = 4 \cdot 3$$

$$6\sin x \sin y + 4\sin x \cos x + 9\cos y \sin y + 6\cos x \cos y = 12$$

$$6\cos(x-y) + 4\sin(x+y) = 12 - 5\cos y \sin y$$

M-10-3

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

$$1) \begin{cases} 2\sin x + 3\cos y = 3 \\ 2\sin y + 2\cos x = 4 \end{cases}$$

$$2\sin x + 3\sin y + 3\cos y + 2\cos x = 7 \quad /: \sin x$$

$$\frac{2\sin x}{\sin x} + 3 \frac{\sin y}{\sin x} + \frac{3\cos y}{\sin x} + \frac{2\cos x}{\sin x} = 7$$

$$2 + 3 \frac{\sin y}{\sin x} + \frac{3\cos y}{\sin x} + 2\cot x = 7$$

$$\sin x \neq 0$$

$$x \neq \pi \text{ не } 2$$

$$2 + 3 \sin y + 3 \cos y + 2\cot x = 7$$

$$3\sin y + 3\cos y + 2\cot x = 5$$

$$\sin y = \frac{5 - 3\cos y - 2\cot x}{3}$$

$$3 \left(\frac{5 - 3\cos y - 2\cot x}{3} \right) + 2\cos x = 4$$

$$5 - 3\cos y - 2\cot x + 2\cos x = 4$$

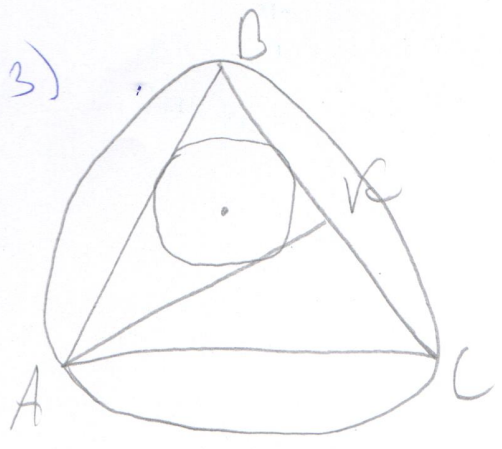
$$-3\cos y - 2\cot x + 2\cos x = -1$$

$$2) 17^2 + 17 + 5$$

$$17 = 9$$

$$16 + 9 + 5 = 25$$

Answer: 4



$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

M1

$$\sin x = a$$

$$\sin y = a$$

$$\cos y \text{ и } \cos x = b$$

$$\begin{cases} 2a + 3b = 3 \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a + b = -1 \\ b = -1 + a \\ b = a - 1 \end{cases}$$

$$2a + 3a - 3 = 3$$

$$5a = 6$$

$$a = \frac{6}{5}$$

$$b = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$$

Оңтөн:

$$\begin{cases} \sin x \text{ и } \sin y = \frac{6}{5} \\ \cos x \text{ и } \cos y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

M3



Δ теңбестігінен $\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
Оңтөн: 60°

M1

14-10-4

$$\sin x = a \quad \cos y \text{ u } \cos x = b$$

$$\sin y = a$$

$$\begin{cases} 2a + 3b = 3 \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a + b = -1 \\ b = -1 + a \end{cases}$$

$$\boxed{b = a - 1}$$

$$2a + 3a - 3 = 3$$

$$5a = 6$$

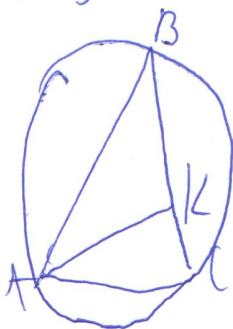
$$\boxed{a = \frac{6}{5}}$$

$$\boxed{b = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}}$$

Answer: $\sin x \text{ u } \sin y = \frac{6}{5}$

$\cos x \text{ u } \cos y = \frac{1}{5}$

M3



Δ равносторонний $\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

Answer: $60^\circ \angle A = \angle B \angle C$

M-10-5

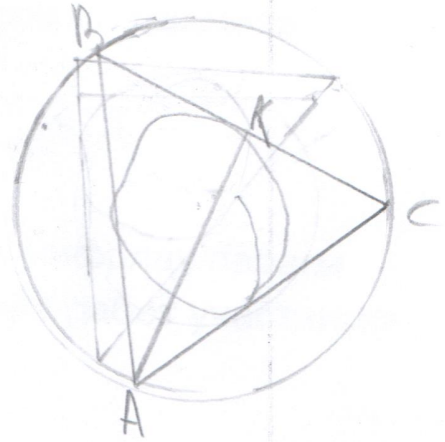
Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

a) $n^2 + n + 5$

4

~~16~~ + 4 + 5 = 25 = 5

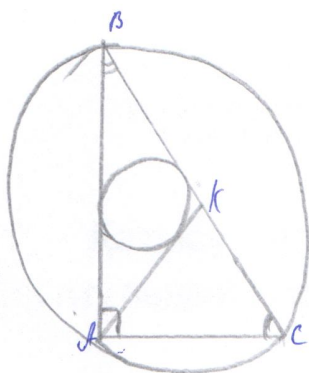
3)



M-10-6

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

3,



Дано:

$\triangle ABC$ *

AK - биссектриса

Решение:

$\angle A = 90^\circ$

$\angle C = 60^\circ$ (шарт бойынша)

$\angle B = (90^\circ - (90^\circ + 60^\circ)) = 30^\circ$

2. $n^2 + n + 5x$

$n=4 \quad 16 + 4 + 5 = 25$

M-10-7

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

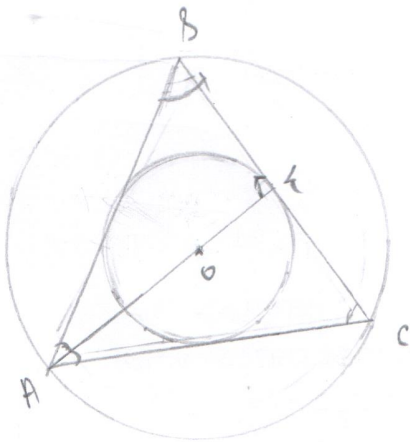
№2.

$$n^2 + n + 5$$

$$n = 4$$

$$16 + 4 + 5 = 25$$

№3.



Бер: $\triangle ABC$

AK - биссектриса

$\angle K$: $\angle A$; $\angle B$; $\angle C$

$\angle O K = 90^\circ$

$\angle A K B = 90^\circ \Rightarrow AK$ - биссектриса $\Rightarrow \triangle ABC$ - теңбүйірлі $\Rightarrow \angle B = \angle C$

M - w - 7

Жалпы білім беретін пәндер бойынша республикалық олимпиаданың мектепшілік кезеңі
Школьный этап республиканской олимпиады по общеобразовательным предметам

№3

$$\begin{cases} 2\sin x + 3\cos y = 3 \\ 3\sin y + 2\cos x = 4 \end{cases}$$

$$2\sin x + 3\cos y = 3$$

$$3\cos y = 3 - 2\sin x$$

$$\cos y = 1 - \frac{2\sin x}{3}$$

$$\sin y = \sqrt{1 - \cos^2 y}$$

$$\sin y = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2\sin x}{3}\right)^2}$$

$$\sin y = \sqrt{1 - 1 + \frac{4\sin x}{3} - \frac{4\sin^2 x}{9}} = \sqrt{\frac{4(3\sin x - \sin^2 x)}{9}} = \frac{2\sqrt{3\sin x - \sin^2 x}}{3}$$

$$3 \cdot \frac{2\sqrt{3\sin x - \sin^2 x}}{3} \neq 2\cos y = 4$$

$$2(\sqrt{3\sin x - \sin^2 x} + \cos y) = 4$$

$$\sqrt{3\sin x - \sin^2 x} = 2 - \cos y$$

$$3\sin x - \sin^2 x = 4 - 4\cos y + \cos^2 y$$

$$3\sin x - \sin^2 x + 4\cos y - \cos^2 y = 4$$

$$3\sin x + 4\cos y - 1 = 4$$

$$3\sin x + 4\cos y = 5$$

$$\cos y = \frac{5 - 3\sin x}{4}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{5 - 3\sin x}{4} = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{25 - 30\sin x + 9\sin^2 x}{16} = 1 - \sin^2 x$$

$$\frac{25 - 30\sin x + 9\sin^2 x}{16} + \sin^2 x = 1$$

$$\frac{25 + 30\sin x + 25\sin^2 x}{16} = 1$$

$$25 + 30\sin x + 25\sin^2 x = 16$$

$$25\sin^2 x - 30\sin x + 9 = 0$$

$$(5\sin x - 3)^2 = 0$$

$$5\sin x - 3 = 0$$

$$\sin x = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos y = 1 - \frac{2\sin x}{3} = 1 - \frac{2 \cdot \frac{3}{5}}{3} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\sin y = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Жауап: } \sin x = \frac{3}{5}; \cos x = \frac{4}{5}; \sin y = \frac{4}{5}; \cos y = \frac{3}{5}$$

$$+ \begin{cases} 2 \sin x + 3 \cos y = 3 \\ 3 \sin y + 2 \cos x = 4 \end{cases}$$

$$2 \sin x + 3 \sin y + 3 \cos y + 2 \cos x = 7.$$

$$2 \sin x + 2 \cos x + 3 \sin y + 3 \cos y = 7$$

$$2(\sin x + \cos x) + 3(\sin y + \cos y) = 7.$$

$$(\sin x + \cos x) + (\sin y + \cos y) = 2$$

$$(\sin x + \sin y) + (\cos x + \cos y) = 2$$

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} + 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = 2$$

$$\sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} + \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = 1$$

$$2. n^2 + n + 5$$

$$n=1 \quad 7 \neq$$

$$n=2 \quad 11 \neq$$

$$n=3 \quad 17 \neq$$

$$n=4 \quad 25 \checkmark$$

$$n=5 \quad 35 \checkmark$$

$$n=9 \quad 95 \checkmark$$

$$n=10 \quad 115 \checkmark$$

$$n=15 \quad 245 \checkmark$$

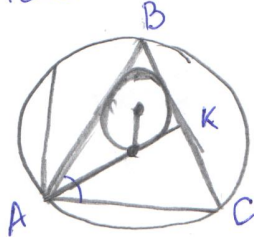
3. Дано:

AK - биссектриса

$\triangle ABC$

Нүктелері: A, B, C

Решение:



$$\angle A = 80^\circ$$

$$\angle B = 60^\circ$$

$$\angle C = 40^\circ$$

ответ: